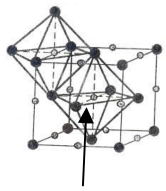
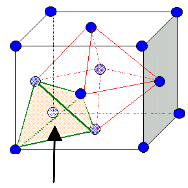
CORRIGE TYPE
EXAMEN FINAL (EF) du 13/05/2024

Exercice 1 (5 points)

- Dans un réseau cubique à faces centrées (CFC) on trouve deux types de sites interstitiels : Site octaédrique et site tétraédrique.



Site octaédrique (0,5 pt)



Site tétraédrique (0,5pt)

- Nombre de sites /mailles

Octaédriques : (01 central et 12 partagés avec les mailles voisines)

$$\text{soit } 1+12.\frac{1}{4}=4 \text{ sites/maille} \qquad (0{,}5\text{pt})$$

Tétraédriques : (8 sommets) soit 8 sites/maille (0,5pt)

- Nombre de sites par atome :

La maille cubique à faces centrées contient en propre 4 atomes.

Sites octaédriques : $\frac{4}{4} = 1\ site/atome$ (0,5pt)

Sites tétraédriques : $\frac{8}{4} = 2\ sites/atome$ (0,5pt)

- Calcul du rayon du site :

a) Rayon $R_S$du site octaédrique :

$$2.R + 2.R_S = a \text{ et } 4.R = a.\sqrt{2}$$

$$\text{D'où } a = 4.\frac{R}{\sqrt{2}} = 2.R.\sqrt{2}$$

$$\text{D'où } R_S = \frac{a}{2} - R = R.\sqrt{2} - R = 0{,}41R \qquad (1\text{ pt})$$

b) Rayon du site tétraédrique :

$R + R_S = \frac{a.\sqrt{3}}{4}$ (le quart de la diagonale du cube) et $4.R = a.\sqrt{2}$ d'où $a = 2.\sqrt{2}R$

$$\text{On déduit : } R_S = \frac{a.\sqrt{3}}{4} - R = \frac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{2}R - R = 0{,}225\ R \qquad (1\text{ pt})$$

Exercice 2 (5 points)

- Calcul de l'énergie Ev de formation d'une lacune dans l'argent

Sachant que $n = N.e^{-\frac{E_v}{k_B T}} \Leftrightarrow \frac{n}{N} = e^{-\frac{E_v}{k_B T}} \Leftrightarrow Ln\left(\frac{n}{N}\right) = -\frac{E_v}{k_B T}$

On déduit :

$$Ev = -k_B T.Ln\left(\frac{n}{N}\right) \qquad \text{(1,5pt)}$$

Avec $n = 3{,}6.10^{23}m^{-3}$ et $T = 800 + 273 = 1073K$

N : nombre total des atomes dans le cristal par unité de volume.

Soit donc :

$$N = \frac{\rho.N_A}{M} = \frac{9{,}5.10^3.6{,}023.10^{23}}{107{,}9.10^{-3}} = 5{,}303.10^{28}m^{-3} \quad \text{(1pt)}$$

$$N = 5{,}303.10^{28}m^{-3}$$

D'où :

$$Ev = -8{,}62.10^{-5}1073.Ln\left(\frac{3{,}6.10^{23}}{5{,}303.10^{28}}\right)$$

$$Ev = 1{,}1\ eV \quad \text{(1 pt)}$$

- Calcul de la proportion des lacunes à 1000°C

$$T = 1000 + 273 = 1273K$$

$$p = \frac{n}{N} = e^{-\frac{E_v}{k_B T}} \quad \text{(1pt)}$$

Soit numériquement :

$$p = e^{-\frac{1{,}1}{8{,}62.10^{-5}1273}} = 4{,}43.10^{-5} \quad \text{(0,5 pt)}$$

$$p = 4{,}43.10^{-5}$$

Exercice 3 (5 points)

La masse volumique du cuivre est

$$\rho 1 = 8{,}94\ g/cm^3 \text{ à température ambiante}$$

et

$$\rho 2 = 8{,}92\ g/cm^3 \text{ à } 1000°\text{C}$$

En supposant que le changement de masse volumique est du uniquement à l'apparition des lacunes et sachant que la production d'une lacune consiste à la migration d'un atome d'un site normal du cristal vers un site de surface ce qui contribue à l'augmentation du volume du matériau d'où une diminution de la masse volumique.

Calculons, dans chaque cas, le nombre d'atomes par unité de volume qui est donné par la relation suivante :

$N = \frac{\rho . N_A}{M}$ où ρ: la masse volumique, M:masse molaire et N_A : nombre d'Avogadro

Soit donc :

$$N_1 = \frac{\rho 1 . N_A}{M} = \frac{8{,}94.6{,}023.10^{23}}{63{,}546} = 8{,}473.10^{22} cm^{-3} = 8{,}473.10^{28} m^{-3}$$ (1+0,5 pts)

et

$$N_2 = \frac{\rho 2 . N_A}{M} = \frac{8{,}92.6{,}023.10^{23}}{63{,}546} = 8{,}455.10^{22} cm^{-3} = 8{,}455.10^{28} m^{-3}$$ (1+0,5 pts)

D'où la concentration des sites vacants qui est donnée par

$$N_V = N_1 - N_2 = 8{,}473.10^{28} - 8{,}455.10^{28} = 1{,}896.10^{26} m^{-3}$$ (1+1pts)

Exercice 4 (5 points)

T (°C)	D (m^2s^{-1})	T(K)	1000/T (K^{-1})	Ln(D)
1000	$9{,}4.10^{-16}$	1273	0,786	-34,601
1200	$2{,}4.10^{-14}$	1473	0,679	-31,361

(0,5 pt)

1) Energie d'activation en Joules

$$D = Do.e^{-\frac{Q}{RT}} \qquad (1pt)$$

Sachant que $D_1 = Do.e^{-\frac{Q}{RT_1}}$ et $D_2 = Do.e^{-\frac{Q}{RT_2}}$

$$\frac{D_2}{D_1} = \frac{Do.e^{-\frac{Q}{RT_2}}}{Do.e^{-\frac{Q}{RT_1}}} = e^{-\frac{Q}{R}\left(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1}\right)}$$

$$ln\left(\frac{D_2}{D_1}\right) = -\frac{Q}{R}\left(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1}\right)$$

On déduit $Q = R\left(\frac{T_1T_2}{T_2-T_1}\right) ln\left(\frac{D_2}{D_1}\right)$ (1pt)

Application numérique :

$$Q = 8{,}314\left(\frac{1273.1473}{1473-1273}\right) ln\left(\frac{2{,}4.10^{-14}}{9{,}4.10^{-16}}\right) = 2{,}525.10^5\,J$$

$$Q = 2{,}525.10^5\,J \qquad (0,5pt)$$

2) Energie en électronvolt/atome

$$Q = \frac{2{,}525.10^5}{1{,}6.10^{-19}.6{,}023.10^{23}} = 3{,}955\,eV/atome \qquad (0,5pt)$$

3) Coefficient de diffusion à T=1100°C=1373 K

Calcul de D_o

D'après la relation $D = Do.e^{-\frac{Q}{RT}}$ on déduit $Do = D.e^{+\frac{Q}{RT}}$

$$Do = D.e^{+\frac{Q}{RT}} \qquad (0,5 pt)$$

D'où ,

$$Do = 9{,}4^{-16}.e^{+\frac{2{,}525.10^5}{8{,}314.1273}}$$

$$Do = 2{,}159.10^{-15}\,m^2.s^{-1} \quad (0,5 pt)$$

A T=1373 K $D = 2{,}159.10^{-15}.e^{-\frac{2{,}525.10^5}{8{,}314.1373}} = 5{,}34.10^{-15}\,m^2.s^{-1}$ (0,5 pt)

Nb : la méthode graphique avec le calcul de la pente $a = -1000.R.Q$ est aussi valable.